MAGICKÉ ČTVERCE

aneb

Od knihy I-ťing k internetové současnosti[1]

Eduard Fuchs

Vývoj matematiky je v mnoha ohledech pozoruhodný. V různých kulturách, jejichž vývoj zcela jistě díky geografické nebo „historické“ vzdálenosti probíhal odděleně, lze nalézt překvapivě mnoho styčných bodů. Stejně tak lze ovšem vystopovat odlišnosti, které souvisejí s různým kulturním, filozofickým a obecně společenským zázemím jednotlivých národů.

Při zrodu matematických pojmů a při prvním uvědomování si zákonitostí, jež dnes řadíme do matematiky, jistě na předním místě stála **čísla**. Tento fakt je natolik přirozený a samozřejmý, že zajisté nepotřebuje podrobnější zdůvodňování. I při letmém srovnání role čísel v jednotlivých kulturách však okamžitě odhalíme překvapivé rozdíly. Demonstrujme je alespoň na letmém srovnání kultury starořecké a čínské. (Výběr těchto dvou společností je více než dostatečně zdůvodněn popisovanou tématikou: v antickém Řecku se zrodila moderní matematika, starověká Čína je zase kolébkou magických čtverců, jimiž se chceme v tomto textu zabývat).

Ke zrodu matematiky jako vědy v moderním slova smyslu došlo v antickém Řecku
v 6. – 4. stol. př. Kr. Rozhodující roli v tomto procesu sehrála tzv. *pythágorejská škola*. Je všeobecně známo, jaký význam číslům (rozuměj **přirozeným** číslům) pythagorejci přikládali. V jejich pojetí bylo možno pomocí čísel a jejich vzájemných poměrů popsat nejen celou tehdejší matematiku, ale i lidské vlastnosti a dokonce celý Vesmír. A tak se jejich obzvláštní pozornosti těšila přirozená čísla s různými speciálními vlastnostmi, jako např. *prvočísla*, *dokonalá čísla*, *spřátelená čísla* apod. (podrobněji viz např. sérii článků [3]-[6]). Při popisu strukturálních vlastností čísel dospěli pythagorejci např. k pojmům čísel *trojúhelníkových, obdélníkových, pětiúhelníkových* apod. (viz např. [1]). Ačkoliv vzájemným vztahům čísel přikládali mnohdy až magické vlastnosti, nedospěli Řekové nikdy k *magickým čtvercům*, které naopak zkoumali ve starověké Číně, v níž jinak v rozvoji matematiky nedosáhli úrovně starověkých Řeků.

[1] [1] Práce vznikla za podpory MŠMT v rámci projektu LN00A041.

Objektivně vzato magické čtverce nepatří a nikdy nepatřily k centrálním matematickým pojmům a k rozvoji matematiky nikdy nepřispěly rozhodujícím způsobem. Přesto je však jejich historie v mnoha ohledech poučná a zajímavá. Ukazuje nejen vývoj matematických pojmů, ale dokumentuje v nejrůznějších rovinách vztahy matematiky a filozofie a vůbec nazírání lidí na roli a sílu matematických objektů.

1. Co to jsou magické čtverce

Jen málo matematických objektů se vykytuje i mimo matematiku tak často, jako právě magické čtverce, jimiž se chceme zabývat. Píše se o nich v ryze matematických knihách i v literatuře úrovně – velmi mírně řečeno – nevalné. Vyskytují se v seriózních historických knihách i v literatuře s okultní a zcela nevědeckou a obskurní náplní. Na internetových stránkách lze pod příslušným heslem nalézt stovky odkazů, v nichž je, zvláště pro laika, orientace přinejmenším obtížná. A tak není divu, že samotný pojem „magický čtverec“ má v různých pramenech různé významy.

Obecně vzato je magickým čtvercem nazýváno jakékoliv čtvercové schéma nejrůznějších objektů, nejčastěji čísel nebo písmen, rozmístěných podle nějakých pravidel.

V literatuře (viz např. [10]) se lze dočíst o magických čtvercích sestavených z písmen a jejich roli v historii. Nejznámější z těchto čtverců je asi čtverec nazývaný *Sator* (viz obr. 1)

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

Obr. 1: Čtverec *Sator*

O vzniku a tvůrci tohoto čtverce není dnes nic známo. Ve středověké literatuře se však lze dočíst, jak vyryt do amuletů chrání před démony, vytesán do trámů chrání před požárem apod.

Obvykle je však magickým čtvercem označována čtvercová síť vytvořená z navzájem různých čísel tak, že součet čísel ve všech řádcích a sloupcích (a často též v úhlopříčkách) je stejný.

Když nyní na chvíli pomineme nematematické výskyty takových čtverců, lze v literatuře nalézt popisy nejrůznějších mnohdy velmi důmyslných konstrukcí. Existují například magické čtverce utvořené pouze z prvočísel. Na obr. 2 je takový čtverec typu 4x4:

3	**61**	**19**	**37**
43	**31**	**5**	**41**
7	**11**	**73**	**29**
67	**17**	**23**	**13**

Obr. 2: Magický čtverec utvořený z prvočísel

V uvedeném čtverci se sice vyskytují pouze prvočísla, není tam však uvedeno 16 **po sobě jdoucích** prvočísel. Nejmenší čtverec, který tvoří po sobě jdoucí prvočísla, má 3 řádky a sloupce (viz [9]). O tom, že jeho nalezení jistě nebylo zrovna jednoduché, se snadno přesvědčíme – viz obr. 3.

1480028159	1480028153	1480028201
1480028213	1480028171	1480028129
1480028141	1480028189	1480028183

Obr. 3: Magický čtverec utvořený z devíti po sobě jdoucích prvočísel

Uvedený čtverec objevil v r. 1988 Harry Nelson, který takových čtverců 3. řádu sestrojil celkem 20. Jen dva z nich však obsahují čísla menší než 2^{31} , nejmenší čísla pak obsahuje čtverec na obr. 3.

Přirozená je v této souvislosti otázka, zda vůbec může existovat magický čtverec tvořený postupně prvočísly prvními *n* prvočísly. Je dokázáno (viz [8]), že nejmenší takový čtverec (pokud mezi prvočísla pro tentokrát zařadíme i číslo 1) musí mít 12 řádků a sloupců. Tento čtverec je na obr. 4.

1	823	821	809	811	797	19	29	313	31	23	37
89	83	211	79	641	631	619	709	617	53	43	739
97	227	103	107	193	557	719	727	607	139	757	281
223	653	499	197	109	113	563	479	173	761	587	587
367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	601	599
349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449
503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	431	433
229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283
509	99	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593
661	101	643	239	691	701	127	131	179	613	277	151
659	673	677	683	71	67	61	47	59	743	733	41
827	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751

Obr. 4: Magický čtverec utvořený z prvních 144 prvočísel

Existuje rovněž řada konstrukcí, které umožní vytvořit magický čtverec například tak, že do jednoho řádku (nebo sloupce) zvolíme libovolná čísla (například své datum narození) a pak doplníme čtverec na magický. Tato hříčka může být jistě užitečná například při tříbení „matematického citu“ u žáků, v dalším se však takými čtverci zabývat nebudeme. (Na internetu lze takových programů nalézt desítky.)

Jak jsme již uvedli, má v literatuře pojem „magický čtverec“ nejrůznější významy. Přesto je však nejobvyklejší definice následující, kterou budeme v dalším textu využívat (a které nevyhovují výše uváděné příklady):

Magický čtverec řádu n je čtvercové schéma o n řádcích a n sloupcích, v němž jsou vepsána čísla 1, 2, 3, ... , n^2 *tak, že součet čísel v každém řádku, sloupci i úhlopříčce je stejný.*

Příklady magických čtverců záhy uvedeme. K definici pouze dodejme, že součet čísel v řádcích, sloupcích a úhlopříčkách magického čtverce řádu n je zřejmě roven číslu

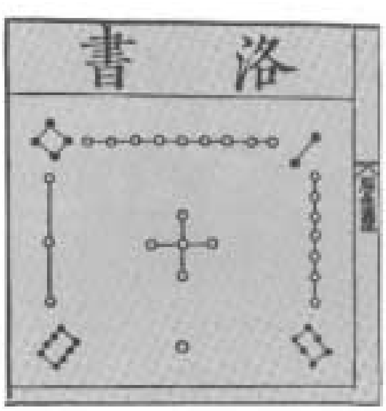
$$\frac{n \cdot \left(n^2 + 1\right)}{2} .$$

2. Kde se magické čtverce poprvé vyskytují

Pokud by bylo fakticky doloženo to, co se ve světové literatuře běžně píše, byly by právě magické čtverce zřejmě nejstarším písemně doloženým matematickým objektem. Za mnohé prameny, které se vyjadřují téměř totožně, ocitujme, co o nich lze nalézt v Bergeově knize [2].

Berge na str. 4 uvádí:

…Je poněkud zneklidňující, že objekty tohoto typu nacházíme ve věštecké knize I-ťing užívané v Číně Taoisty; tato kniha je jedním z nejstarších (kolem r. 2 200 př. Kr.) dosud živých textů. Tato posvátná práce obsahuje dvě konfigurace: „Velký plán“ (Lo-šu) a „Říční mapu“. „Velký plán“, který byl podle legendy namalován na krunýři posvátné želvy, která se vynořila z řeky Lo, je znázorněn na následujícím obrázku



Obr. 5: *Velký plán*

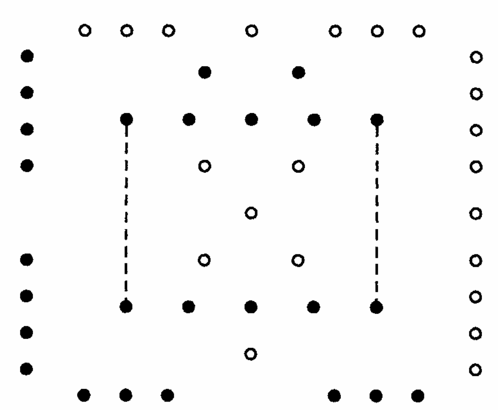
Dosadíme-li za znaky čísla, obdržíme známý magický čtverec „Saturn“.

4	**9**	**2**
3	**5**	**7**
8	**1**	**6**

Obr. 6: Magický čtverec *Saturn*

Tato konfigurace je pozoruhodná tím, že součet prvků v každém řádku, sloupci a úhlopříčce je stále stejný, a to 15.

„Říční mapa“, kterou opět podle legendy měla na svém krunýři posvátná želva, která se opět vynořila z řeky (tentokrát z řeky Ho), je znázorněna na dalším obrázku:



Obr. 7: *Říční mapa*

Dosadíme-li čísla, dostaneme následující konfiguraci:

			7			
			2			
		10		**10**		
8	**3**		**5**		**4**	**9**
		10		**10**		
			1			
			6			

Obr. 8: Číselný zápis *Říční mapy*

Pouhým pohledem v této mapě dobře vidíme středovou symetrii součtů protilehlých cifer. Například

5 + 3 = 8; 5 + 1 = 6; 3 + 10 + 2 = 8 + 7; 3 + 10 + 1 8 + 6 atd.

Tolik tedy citace z knihy [2]. Jak již bylo řečeno, analogické informace však lze nalézt v řadě jiných pramenů včetně tak renomovaných jako je např. *Encyclopedia Britannica*.

Po přečtení tohoto textu se okamžitě nabízí několik otázek a problémů:

1. Pokud by tomu tak bylo, museli bychom výrazně korigovat informace, které uvádějí, že první dochované písemné matematické texty jsou egyptské papyry z 19. stol. př. Kr. Kniha *I-ťing* sice není matematickým textem, avšak uvedené konfigurace jsou velmi důmyslné matematické objekty svědčící o netriviálních počtářských schopnostech tvůrců.
2. Pokud si čtenář vezme do ruky knihu *I-ťing*, zažije analogické překvapení jako autor tohoto textu. Po prolistování celé knihy

okamžitě zjistí, že ani *Velký plán* ani *Říční mapa* se v textu **vůbec nevyskytují**! (Lze zřejmě odůvodněně předpokládat, že málokterý čtenář bude číst text v čínském originálu. V posledních letech však existuje celá řada českých vydání *Knihy proměn*, jak zní český překlad původního názvu. Řada těchto vydání je velmi nekvalitních a soustřeďuje se na pouhý senzacechtivý návod „předpovídání budoucnosti“, který je sice výraznou, nikoliv však z našeho pohledu dominantní složkou knihy. Existují však naštěstí i kvalitní a fundované české překlady – viz např. [11] a částečně i [12]. Ani v těchto překladech se ovšem popisované konfigurace nevyskytují.)

3. Pozorný čtenář, který není blíže s magickými čtverci obeznámen, si jistě položil otázku, proč se uvedený magický čtverec nazývá *Saturn*.

V dalším textu uvedené otázky a problémy zodpovíme.

3. Několik pohledů do čínských dějin a na knihu I-ťing

Kolik toho víme o Číně, obrovské zemi s neuvěřitelně bohatými dějinami, s nesmírným a dodnes neprozkoumaným kulturním dědictvím? V době, kdy u nás žili lovci mamutů, v Číně existovala vyspělá civilizace s organizovanou státní správou a vyspělým hospodářstvím; u nás se po lesích procházel Havranpírko, v Číně byli státní úředníci systematicky vzděláváni v řadě oborů včetně matematiky. Čínská kultura je prakticky jediná na Zemi s nepřerušeným vývojem a tedy s nejdelší tradicí. Málo toho ostatně víme i o dnešní Číně. Strohá fakta nám sice řeknou, že tam žije více než miliarda obyvatel, že je tam více než 40 milionových velkoměst, že jsou tam velehory i rozsáhlé nížiny, na jedné straně vynikající univerzity a špičková technika, na druhé straně zaostalý venkov, kde se mnohdy zastavil čas. Co nám však tyto údaje řeknou o čínské kultuře, vzdělanosti, o čínské filozofii a o myšlení jejich velikánů?

Kamkoliv přitom pohlédneme, jen těžko se oprošťujeme od evropského stylu nazírání. Jsme v zajetí často nevědomých předsudků, myšlenkových schémat, máme jiný žebříček hodnot a jen těžko pronikáme do stylu myšlení civilizace, která je nám tak vzdálená.

Je nad možnosti tohoto článku se podrobněji zabývat čínskými dějinami. Autor tohoto textu si ostatně ani vzdáleně na takový úkol netroufá. Na četné potíže navíc narážíme i při pouhém popisu událostí čínské historie. I v těch nejnovějších pramenech se datace čínských dějin odlišují mnohdy o celá staletí a přepis čínských jmen do češtiny není vůbec standardizován, takže orientace v pramenech je velmi obtížná. Buďme si těchto skutečností vědomi a s pokorou a respektem přistupme k jednomu z nejstarších dochovaných textů čínské civilizace, ke knize *I-ťing*.

Zpravidla, a do značné míry právem, se uvádí, že *I-ťing* je kniha věštecká. Při prvním a zběžném pohledu do této knihy spatříme 64 obrazců, tzv. *hexagramů,* složených z plných a přerušovaných čar, jimž jsou připsány různé významy. Z vylosovaných hexagramů se pak zájemce dozví věštbu svého osudu. Toto je však jen velmi zvulgarizovaný a povrchní výklad knihy a sám o sobě by zajisté nevysvětloval význam, který tato kniha v čínských dějinách sehrávala (a dodnes sehrává).

Kromě uvedeného smyslu byla *I-ťing* po dlouhá staletí chápána jako „kniha moudrosti". Její výklady a nejrůznější interpretace zaplnily nesrovnatelně více svazků než kniha samotná. Prakticky všechny v Číně vzniklé filozofické systémy se snažily svá východiska i závěry uvést do souladu s *I-ťingem.* Právě tím je tato kniha mimořádně významná.

Kdy tedy kniha vznikla a kdo je jejím autorem? Čtenáře jistě nepřekvapí, že na žádnou z těchto otázek není snadná odpověď. Popravdě řečeno, uvedené otázky samotné jsou poplatné naší „evropské deformaci", která mnohdy nadřazuje faktografii ideám; intenzivně začaly být zkoumány až někdy v 19. století, kdy se Číně a jejím dějinám začala věnovat západoevropská věda.

Jak jsme uvedli, obsahuje *I-ťing* 64 hexagramů, které jsou tvořeny dvojicemi tzv. *trigramů*, tvořenými trojicemi plných a přerušovaných čar, takže těchto trigramů je osm. (Podrobnější popis uvedeme později.)

Objev těchto trigramů je připisován legendárnímu císaři *Fu Šimu* (2 953—2 838 př.Kr.), obdařenému spíše božskými než lidskými vlastnostmi. Nejstarší části samotné *Knihy proměn* jsou však dnes datovány do 12.—11. stol. př. Kr., což je tedy o více než 1 000 let později, než uvádí Berge a další autoři. Jak mohlo k takovému omylu dojít?

Bergeova informace se zřejmě odvíjí od další legendy o trojici velkých císařů. První z nich, *Jao*, byl autorem prvního astronomického kalendáře. Po něm nastoupil *Šun* a konečně *Jü* zvaný *Veliký.* Ten údajně vládl v letech 2 205 až 2 176 př. Kr. a proslul jako stavitel hrází a vodních kanálů. A právě *Jü* měl obdržet „Říční mapu" a „Lo-šu" jako božské dary. (Ponechme teď stranou takové drobnosti, jako že první z diagramů nebyl namalován na krunýři želvy, jak uvádí Berge, leč zeleně nakreslený ho císaři přinesl dračí kůň, který se vynořil ze Žluté řeky.) Pocházejí-li tedy nejstarší části knihy *I*-ťing až z 12.—11. stol př. Kr., je její datace do období kolem r. 2 200 př. Kr. v každém případě nesprávná a není tedy nutno korigovat naše poznatky o prvních matematických textech.

Stále však zůstává otevřená druhá z výše uvedených otázek. Jak *Říční mapa* a *Lo-šu* souvisejí s knihou *I-Ťing*, když se tam vlastně nevyskytují?

Jak jsme již uvedli, byla kniha *I-Ťing* v průběhu staletí doprovázena spoustou komentářů a doplňujících textů, jejichž rozsah by vydal na samostatnou knihovnu. I když se dochovala z těchto komentářů jen část, poskytují nám dostatek informací o tom, jak se interpretace a filozofické „zázemí" původně věštecké knihy vyvíjelo. A právě v tomto zázemí, které není automatickou součástí *Knihy proměn* (spíše bylo před širší veřejností utajováno), přesto však k ní nedílně patří, lze vystopovat objekt našeho zájmu – magické čtverce.

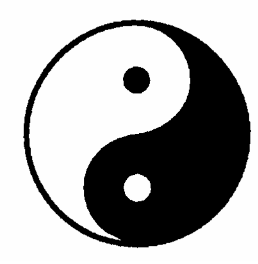
Dnešní podoba *Knihy proměn* se odvíjí od odkazu dvou velikánů čínské filozofie, *Konfucia* a *Lao-c´*. Konfucius (552--asi 479 př. Kr.), čínsky Kung-fu-c´, zakladatel konfucianismu i Lao-c´(asi 570—490 př. Kr.), zakladatel taoismu, údajně studovali *Knihu proměn* a její poznatky zahrnuli do svého učení. Zejména pak taoismus se svým krédem, že vše je v pohybu, relativní a pomíjivé, vše je podmíněno neustálým působením vzájemně protichůdných složek *jin* a *jang*, musel v *Knize proměn* nalézt mnohou inspiraci.

Podstatná část komentářů se však objevila v době kolem 2. stol. př. Kr., kdy čínskou filosofií prošla vlna kosmologických spekulací, pro něž byla *Kniha proměn* jako stvořena. V té době do ní byla zřejmě dodatečně dodána řada interpretací, které v ní původně obsaženy nebyly. To však nic nemění na faktu, že právě v těchto souvislostech se poprvé magické čtverce objevují.

4. I-Ťing a magické čtverce

Jak jsme již uvedli, svět je podle taoismu v neustálých proměnách, jejichž příčinou je neustálé střetávání protichůdných principů *jin* a *jang*. Věčné a neměnné je pouze *tao*. Jedním z nejběžnějších symbolů těchto protichůdných principů se stala plná čára JANG a přerušená (v čínské terminologii spíš zlomená) čára JIN. Tyto čáry symbolizují jednotu dvou polarit.

Jinové čáry symbolizují vše zemské, pasivní, záporné, ženské, temné, vlhké, měsíční, **jangové čáry** vše nebeské, aktivní, kladné, mužské, světlé, tvrdé, sluneční. V této souvislosti však musíme zdůraznit jednu zásadní věc: naše standardní vnímání hodnot nám našeptává, že jangové čáry jsou „lepší“ než jinové, že jangové vlastnosti jsou „dobré“ a jinové „špatné“ apod. Toto hodnocení však v **žádném případě** neodpovídá hodnocení čínskému, kterému je takové rozlišování naprosto cizí. Žádná z uvedených vlastností není lepší než druhá, teprve jejich složením vzniká úplnost. Žádná složka nemůže existovat bez druhé: *v každém jin je kousek jang a v každém jang je kousek jin*. Grafickým znázorněním tohoto vzájemného vztahu je dobře známý obrázek, který nelze žádným, způsobem rozdělit na dvě stejně velké části tak, aby jedna část byla černá a druhá bílá.



Obr. 9: Jin a jang

Dvojice čar pak vytvoří *digramy* a trojice *trigramy*. Podívejme se, jak o tom hovoří tzv. *Veliký komentář* (čínsky *Si ch´*):

Veliký pól neboli Tchaj Ťi je nejzazší prvopočáteční jednota, kde není ještě rozlišeno Jin a Jang. Je to prvopočáteční veliký Chaos, prázdno, jež nazvat počátkem bylo by chybou. Leda tak, že je to ten počátek před počátkem. Odtud se pak rozdělily jin a jang, země a nebe dostaly tvar. Z nich se zrodily čtyři symboly, řečené Siang. Vysvětlení jsou různá, možná jsou všechna:

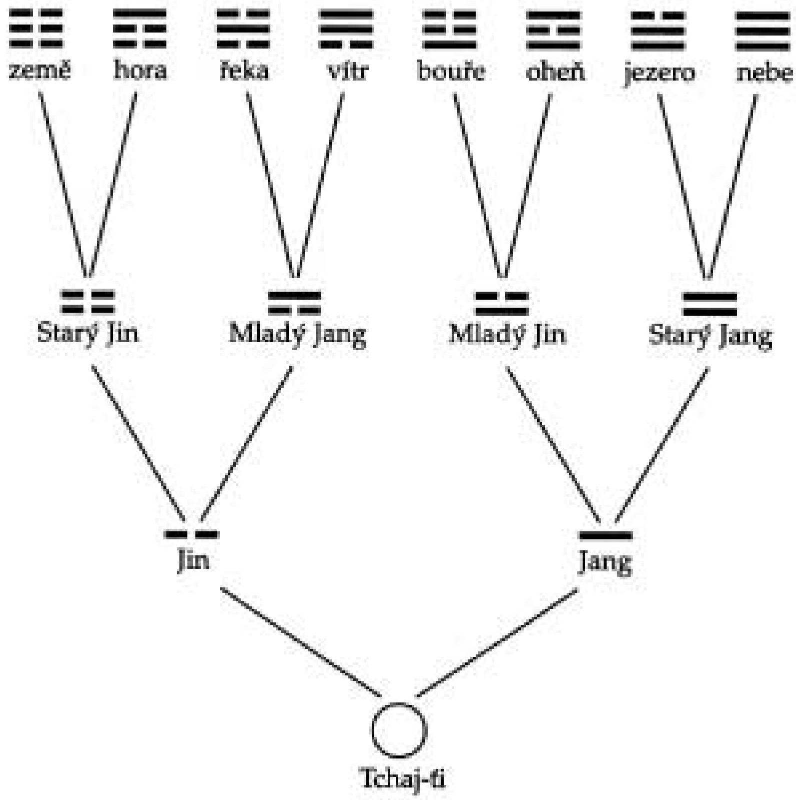
- *čtyři roční doby*
- *čtyři elementy: kov, dřevo, voda, oheň*
- *čtyři grafické kombinace - digramy*

Odtud byl jen krok k **Osmi Trigramům***, řečeným* **Pa Kua***, které se staly základem celého systému.*

Osm trigramů stanovila šťastná a nešťastná znamení a ta zrodila veliké dílo. Proto není větší uplatnění symbolů než je nebe a země. Není větší změny v souvislosti nežli jsou čtyři roční doby. Není větších symbolů nežli jsou slunce a měsíc, jež zavěšeny na obloze dávají světlo….

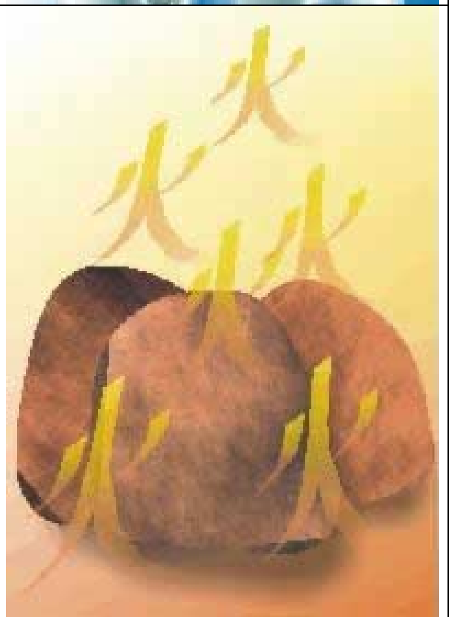
Proto nebe vytvořilo tyto duchovní věci, světci je vzali za vzor. Nebe a země se měnily a vyvíjely, světci je napodobili. Na nebi visely symboly, z nichž byla patrná znamení šťastná a nešťastná, světci je znázornili. Ze Žluté řeky se vynořil obraz, z řeky Lo se vynořily znaky, světci si je vzali za vzor.

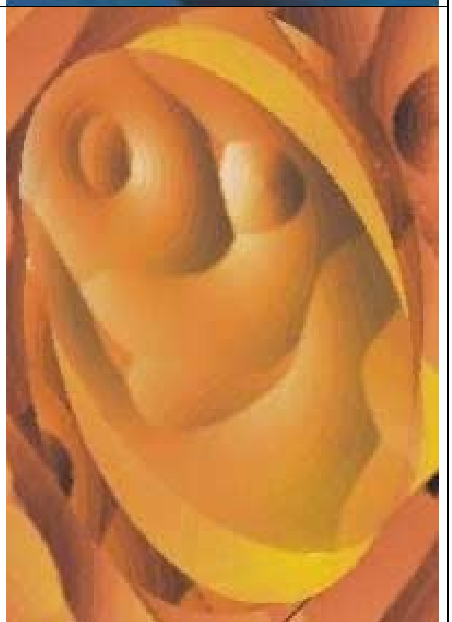
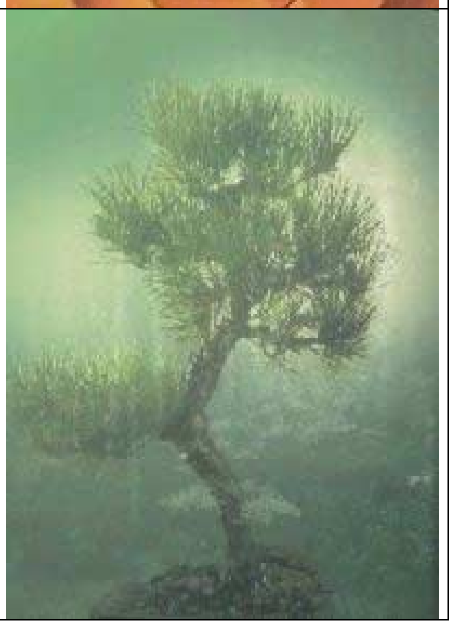
Proměny mají čtyři symboly, jimiž ukazují. A jsou k nim připojeny výroky, jimiž sdělují. A jsou tu vytčena šťastná a nešťastná znamení, jimiž rozhodují.

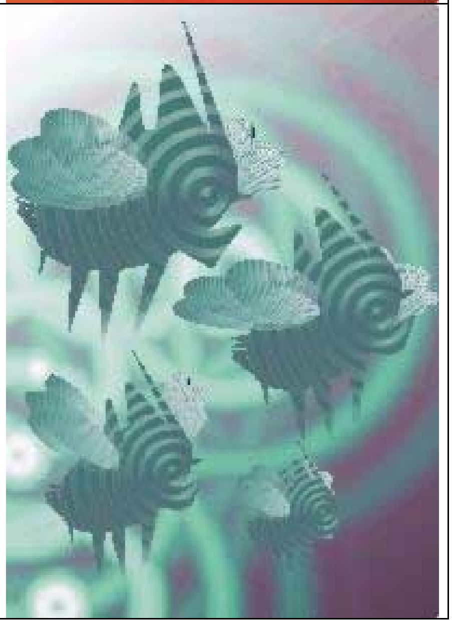


Obr. 10: Vznik trigramů

V další tabulce uvádíme přehled všech osmi trigramů, jejich čínské názvy a některé z mnoha možných interpretací. Zvýrazněny jsou přitom ty významy, které hrají podstatnou roli v dalším výkladu. Jako doklad toho, že tématika trigramů je dodnes živá i v moderním čínském umění, uvádíme v posledním sloupci některé ze současných maleb, které jsou trigramy inspirovány; jsou bezesporu zajímavým dokladem současného vhledu čínských umělců na tuto tématiku.

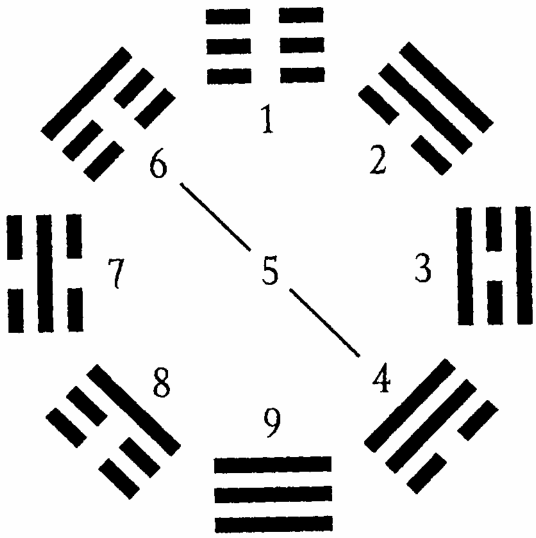
☰	**ČCHIEN**	nebe, síla, **OTEC**, kůň, hlava, severozápad, mezi podzimem a zimou	
☷	**KCHUN**	země, poddajnost, **MATKA**, kráva, břicho, jihozápad, mezi létem a podzimem	
☳	**ČEN**	hrom, pohyb, **PRVOROZENÝ SYN**, drak, noha, východ, jaro	

☵	**KCHAN**	řeka a déšť, nebezpečí, **DRUHOROZENÝ SYN**, vepř, ucho, sever, zima	
☶	**KEN**	hora, zastavení, **NEJMLADŠÍ SYN**, pes, ruka, severovýchod, mezi zimou a jarem	
☴	**SUN**	vítr, pronikavost, **PRVOROZENÁ DCERA**, kohout, stehno, jihovýchod, mezi jarem a létem	

☲	**LI**	oheň a slunce, přitažlivost, **DRUHOROZENÁ DCERA**, slepice, oči, jih, léto	
☱	**TUEJ**	jezero, radost, **NEJMLADŠÍ DCERA**, ovce, ústa, západ, podzim	

Jednotlivým trigramům byly posléze přiřazeny číselné hodnoty. Otci, představovanému třemi jangovými čarami, bylo přiřazeno číslo 9, matce, symbolizované třemi jinovými čarami, číslo 1. Třem synům byla přiřazena čísla 6, 7 a 8, třem dcerám čísla 2, 3 a 4. Neobsazeno zůstává číslo 5. Jeho výsadní postavení popíšeme za chvíli.

Symbolem nebes a jejich dokonalosti byl v Číně odedávna kruh. Co dokonalejšího tedy bylo možno z osmi trigramů utvořit, než kruh, **kruh nebes**! Tento kruh (viz obr. 11) kromě uvedené symboliky plnil zřejmě analogickou roli jako kompasová růžice. Na rozdíl od našich zvyklostí však sever byl dole a jih nahoře. Tím nejvýznamnějším rozdílem oproti nám však byla skutečnost, že Číňané měli směrů pět: sever, jih, východ, západ a **střed.** (Ze školy si jistě pamatujeme, že se Číně říkalo *Říše středu*.) Na čestné místo doprostřed Kruhu nebes byla proto umístěna pětka jako prostřední z čísel 1 až 9.



Obr. 11: *Kruh nebes*

Kruh nebes byl dokonalý: pětka stála uprostřed a součet protilehlých čísel byl vždy deset. Principy jin a jang ve vzájemné polaritě tvořily a představovaly kosmos.

Jakou roli však přisoudit Zemi? Jejím symbolem byl odedávna čtverec, Země byla jakousi reflexí Nebes. Jak tuto skutečnost vyjádřit? Je přece zcela přirozené čísla z *Kruhu nebes* uspořádat do řádků. Obdržíme tak *čtverec Země*, který odráží nebeské vlastnosti.

6	**1**	**2**
7	**5**	**3**
8	**9**	**4**

Obr. 12: *Čtverec Země*

Jak si čtenář jistě okamžitě uvědomil, tento čtverec však není magický. K magickému čtverci však zbývaly již jen poslední dva krůčky. Nejprve si někdo uvědomil, že novou a nečekanou kvalitu získáme, když Čtverec Země otočíme o 180 stupňů. Dostaneme tak čtverec

4	**9**	**8**
3	**5**	**7**
2	**1**	**6**

Obr. 13: Pootočený *Čtverec Země*

který dává s původním čtvercem novou kvalitu: Nebesa se spojila se Zemí, neboť položíme-li poslední dva čtverce na sebe, tj. čtverec sestavený z čísel *Kruhu nebes* a pootočený *Čtverec Země*, dává součet čísle na každém místě deset. Symbolický obraz Vesmíru se uzavřel.

Někdy mezi lety 480 – 221 před Kr. pak byl učiněn poslední krok. V posledním čtverci se prohodila čísla 2 a 8. Tím se sice narušilo původní postavení dětí, vznikla však hodnota mnohem vyššího řádu: MAGICKÝ ČTVEREC. Takto se zrodil čtverec *Lo*-šu, nazývaný v Evropě *Saturn.*

5. Další vývoj magických čtverců v Číně

Ukázali jsme tedy, jak se magické čtverce v souvislosti s *Knihou proměn* objevily. Je však nutno opětovně zdůraznit, že poznatky popisované v minulém odstavci, nepatřily mezi veřejně sdělované poznatky. Byly známy jen úzkému kruhu zasvěcenců a patřily po dlouhá staletí mezi utajované součásti čínské filozofické tradice.

Občas se sice objevily zmínky o tajemných schématech, avšak jejich znázornění nebylo zásadně uváděno. První písemná zmínka o čtverci *Lo-šu* (název *Saturn* Číňané samozřejmě nikdy neužívali) včetně správného rozestavení čísel je až ve spisu *Ta Taj Li-či* v prvním století našeho letopočtu. I tato zmínka byla však výjimečná. Na veřejnost se *Říční mapa* i *Lo-šu* dostaly až někdy v 10. století našeho letopočtu. V té době však již byly zapomenuty podrobnosti jejich vývoje i jejich původní smysl a zůstaly jen legendy o dračím koni a posvátné želvě. Ani v matematických textech z prvního tisíciletí není o magických čtvercích žádná zmínka.

O tom, co vlastně bylo v Číně v tomto období o magických čtvercích známo, víme jen ze spisu *Sü-ku Čaj-ťi suan-fa*, který v r. 1275 uveřejnil čínský historik Jang Hui (asi 1238 – asi 1298). (V širší známost tento spis vešel až ve 30. letech 20. století, kdy vyšel jeho anglický překlad.) Jang-Hui sice neměl prakticky žádné matematické znalosti, ve zmíněném spisu však popsal řadu magických čtverců 3. – 10. řádu. Jakými konstrukcemi byly tyto čtverce vytvořeny ovšem nepopsal a rovněž se nevydával za jejich tvůrce.

Některé z jeho čtverců byly ovšem velmi důmyslné. Jako příklad uveďme alespoň čtverec 9. řádu, tzv. *Veliký Lo-šu*, který je, jak název napovídá, odvozen ze čtverce *Lo-šu*. Jak však již bylo řečeno, uvedenou konstrukci Jang-Hui nepopisuje, je pouze zpětně zrekonstruována.

Očíslujeme-li řádky i sloupce čtverce Lo-šu čísly 0, 1 a 2

	0	1	2
0	**4**	**9**	**2**
1	**3**	**5**	**7**
2	**8**	**1**	**6**

a označíme-li L(i,j) číslo v i-tém řádku a j-tém sloupci, takže například L(1,2) = 7, jsou při analogickém očíslování následujícího Velkého Lo-šu prvky G(i,j) vytvořeny podle pravidla:

$$G(3a + b, 3c + d) = L(a,c) + 9.[L(b,d) - 1],$$

kde a,b,c,d = 0, 1, 2 .

Dostaneme tak čtverec

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	**31**	**76**	**13**	**36**	**81**	**18**	**29**	**74**	**11**
1	**22**	**40**	**58**	**27**	**45**	**63**	**20**	**38**	**56**
2	**67**	**4**	**49**	**72**	**9**	**54**	**65**	**2**	**47**
3	**30**	**75**	**12**	**32**	**77**	**14**	**34**	**79**	**16**
4	**21**	**39**	**57**	**23**	**41**	**59**	**25**	**43**	**61**
5	**66**	**3**	**48**	**68**	**5**	**50**	**70**	**7**	**52**
6	**35**	**80**	**17**	**28**	**73**	**10**	**33**	**78**	**15**
7	**26**	**44**	**62**	**19**	**37**	**55**	**24**	**42**	**60**
8	**71**	**8**	**53**	**64**	**1**	**46**	**69**	**6**	**51**

Obr. 14: *Velký Lo-šu*

Např.

$$G(7,2) = L(2,0) + 9[L(1,2) - 1] = 8 + 9.(7 - 1) = 62$$

6. Proč se Lo-šu nazývá Saturn

Jak jsme již uvedli, název *Saturn* Číňané nikdy neužívali. V úvodní citaci z [2] je však tento název uváděn jako v podstatě samozřejmý. Je tedy na čase, abychom toto pojmenování vysvětlili. Musíme se však přesunout z Číny do jiné kolébky lidské civilizace, do Mezopotámie.

Toto území mezi Eufratem a Tigridem patří k místům, kde se začaly psát dějiny lidstva. V průběhu tisíciletí tam žily civilizace, o nichž dnes víme řadu věcí a pravděpodobně ještě více toho nevíme: Sumerové, Chetité, Akadové, Asyřané a další. Národy, vlády a říše se střídaly, až v r. 538 př. Kr. se Mezopotámie stala součástí Persie a posléze v r. 331 př. Kr. součástí říše Alexandra Velikého.

Jedním z velkých center na mezopotamském území bylo město Harrán. To přežívalo národy a říše, rozkvěty i zániky jednotlivých kultur a svůj význam si zachovávalo až do 10. století našeho letopočtu. A právě v Harránu se začíná historie pojmenování, jehož kořenů se chceme dopátrat.

Než však popíšeme zrod pojmenování, musíme se ještě zmínit o *Chaldejcích.* Původně to byli semitští kočovníci, kteří se v polovině 9. stol. př. Kr. začali usazovat v jižní Mezopotámii. Posléze v letech 625—539 př. Kr. vytvořili vládnoucí dynastii v novobabylonské říši. Po ovládnutí Mezopotámie Peršany se však původní význam slova Chaldejci začal vytrácet a v průběhu staletí, jak se lze dočíst např. i v Bibli, se začali tímto pojmenováním označovat astronomové. astrologové, mágové a alchymisté. Tento význam mělo toto pojmenování i v Harránu.

Chaldejci samozřejmě znali všechny pouhým okem viditelné planety, tj. Merkur, Venuši, Mars, Jupiter a Saturn a dobře se vyznali v jejich pohybu na obloze. V Harránu byly tyto planety včetně Slunce a Měsíce považovány za božstva a na jejich počest byly vystaveny chrámy. Každý ze sedmi chrámů byl zasvěcen jednomu božstvu a v každém chrámu byl trůn, k němuž vedl jistý počet stupňů. Každému božstvu přitom byl přiřazen jeden kov (je vcelku samozřejmé, že Slunci bylo přiřazeno zlato a Měsíci stříbro) a z tohoto kovu byla zhotovena socha daného boha. Výsledný stav je uveden v následující tabulce:

Planeta, které je zasvěcen chrám	**Kov, z něhož je podoba božstva**	**Počet stupňů k trůnu**
Saturn	**olovo**	**9**
Jupiter	**cín**	**8**
Mars	**železo**	**7**
Slunce	**zlato**	**6**
Venuše	**měď**	**5**
Merkur	**rtuť**	**4**
Měsíc	**stříbro**	**3**

Tak se tedy poprvé v historii stalo, že planetám byla přiřazena čísla a kovy. Toto přiřazení se vžilo, i když se vytratilo původní zbožštění jednotlivých planet (a Slunce a Měsíce). Příslušným číslům a kovům začaly být přisuzovány různé mystické vlastnosti, jak se o to ještě později zmíníme. V průběhu staletí však došlo k jedné změně: v uvedené tabulce, která je dnes označována jako systém I, bylo přesně opačně uvedeno pořadí čísel, takže Saturnu bylo přiřazeno číslo 3, Jupiteru 4 atd. Takto vznikl systém II, který byl již ve středověku standardně užíván.

Vzhledem k tomu, že magické čtverce patřily ve středověku a na počátku novověku k velmi častým objektům využívaným a – z dnešního pohledu zneužívaným – v léčebných, magických, astrologických a jiných souvislostech, je vcelku samozřejmé. že počet řádků, resp. sloupců magických čtverců se přímo nabízel jako hodnota příslušející odpovídající planetě a kovu. Čínský čtverec *Lo-šu* tak naprosto zákonitě v evropské tradici získal název *Saturn* (a další čtverce byly samozřejmě pojmenovány analogicky).

8. Magické čtverce v Evropě

Prozatím jsme se zabývali vznikem magických čtverců v Číně a zcela jsme ponechali stranou otázku, kdy a jakým způsobem se vyskytly v jiných částech světa.

Především je nutno zdůraznit, že fakticky není znám jediný pramen, který by dosvědčoval. že Čína v tomto směru překročila svůj vlastní rámec a že by ovlivnila poznatky o magických čtvercích mimo své hranice. Není to známo (i když to není vyloučeno) ani u Indie, tím méně tedy v arabském světě nebo dokonce v Evropě.

Již v úvodu jsme uvedli, že k magickým čtvercům nikdy nedospěla matematika řecká (nebo její předchůdci v Egyptě nebo v Mezopotámii). V neseriózní literatuře lze sice občas nalézt zmínky o magických čtvercích, které znali např. Pythagoras nebo Archimédes, tyto informace jsou však naprosto nepodložené a – diplomatickým jazykem řečeno – o jejich pravdivosti lze s úspěchem pochybovat.

Prokazatelně dříve než v Evropě byly magické čtverce studovány v arabské literatuře a v Indii. Ani v jednom z těchto případů však nebylo dosaženo mimořádných výsledků, které by bylo nutné nějak podrobněji komentovat. Zmiňme se pouze o tom, že v arabských textech se magické čtverce vyskytují poprvé v tzv. *Traktátech Bratří Čistoty*, které vznikly pravděpodobně ve druhé polovině 10. století.

To, že magické čtverce nesehrály žádnou mimořádnou úlohu ani v Indii, je zajímavé především z toho důvodu, že Indové byli ve všech dobách mimořádnými počtáři. Aritmetika tam vždy převyšovala geometrii. Magické čtverce se přesto v indické matematice objevovaly jen zřídka a nesehrávaly nějakou zvláště významnou roli. Patrně nejstarším indickým magickým čtvercem je čtverec 4. řádu

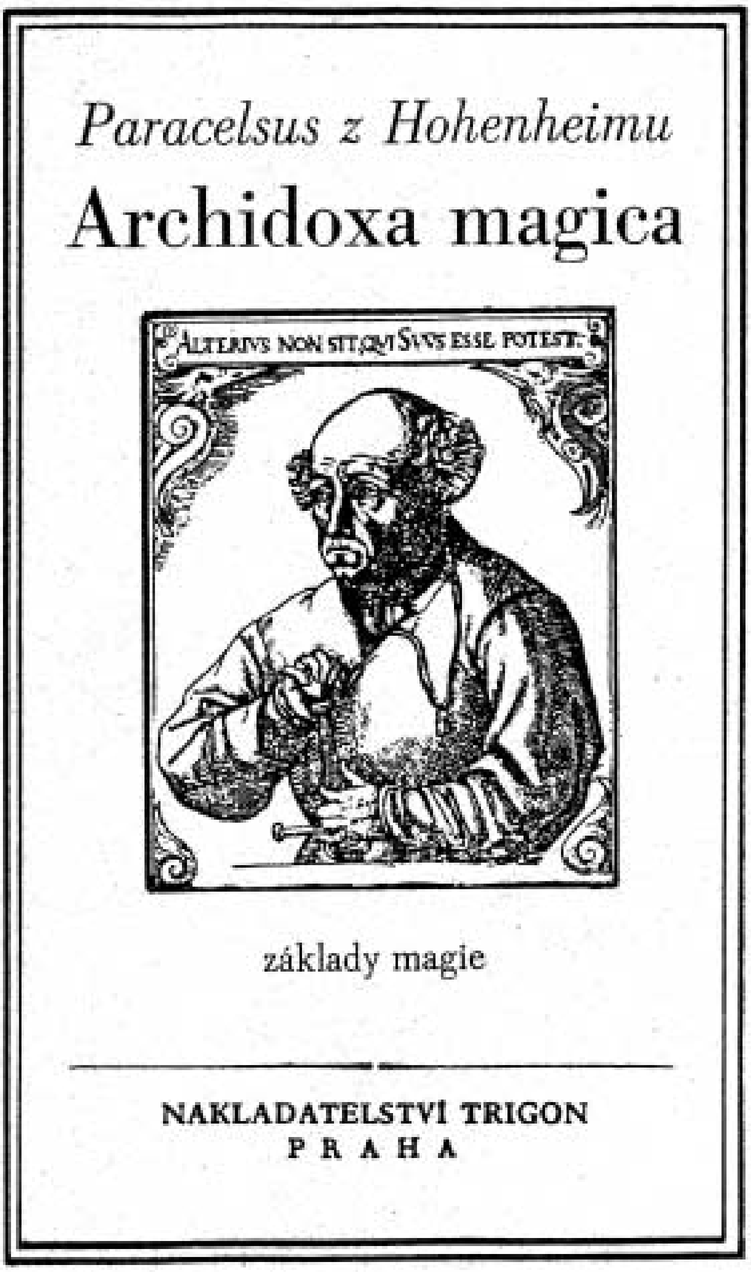
7	**12**	**1**	**14**
2	**13**	**8**	**11**
16	**3**	**10**	**5**
9	**6**	**15**	**4**

vyřezaný do rámu dveří svatyně *Chotá Surang* pravděpodobně v 1. polovině 11. století. Tato datace je však krajně nespolehlivá. V Indii rovněž vznikla metoda, která se většinou připisuje jistému de Loubérovi, o níž se zmíníme později.

Obraťme tedy pozornost k Evropě. Jak jsme již uvedli, sehrály magické čtverce roli nejen v matematice jako takové, ale z mnoha důvodů především mimo matematiku. Metody, které u nás dnes mohou budit snad jen úsměv, patřily ve středověku a v období renesance k výbavě i těch nejrenomovanějších vědců. Připomeňme za mnohé, že například Kepler (1571--1630) se zcela vážně zabýval sestavováním horoskopů a Newton (1643--1727), o čemž se dnes moc nemluví, byl vášnivým alchymistou.

Za mnohé případy, kdy magické čtverce sehrávaly tuto „nematematickou“ roli uveďme alespoň jeden.

Philippus Aureolus Theophrastus Bombastus von Hohenheim (1493—1541) patří k významným osobnostem 15. století. Pokud jste o něm nikdy neslyšeli, tak pravděpodobně proto, že je znám především pod jménem PARACELSUS. Tento německý lékař, filozof, přírodovědec, alchymista, astrolog atd. atd. patří k průkopníkům „léčení“ pomocí hornin a minerálů. Nás však zajímá jeho dílo *Archidoxa magica*, které je dokonalou ukázkou „léčebného“ užití magických čtverců.



Paracelsus z Hohenheimu

Archidoxa magica

ALTERIVS NON SIT QVI SVVS ESSE POTEST.

základy magie

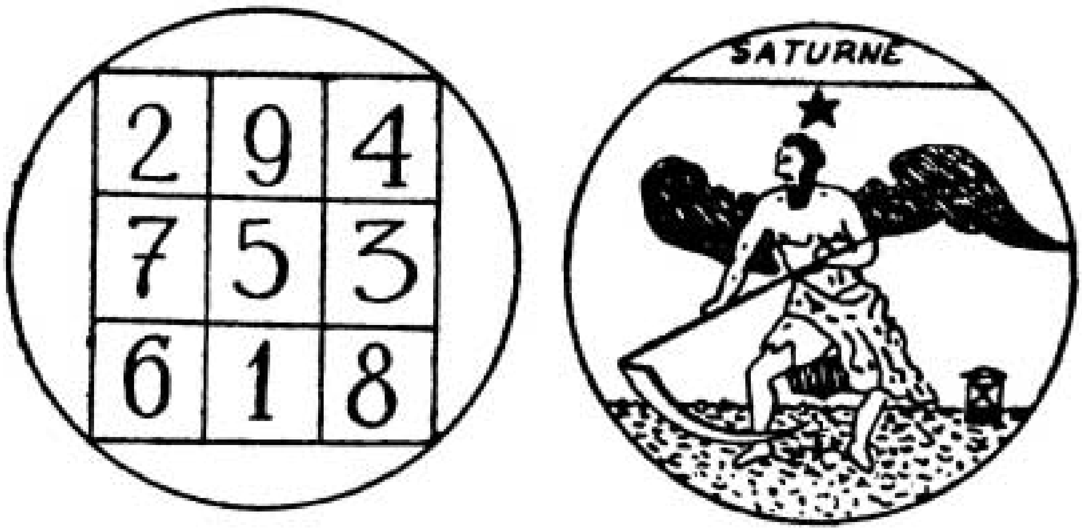
NAKLADATELSTVÍ TRIGON
PRAHA

Obr. 15: Titulní strana českého překladu díla *Archidoxa magica*

V této práci jsou, kromě jiného, uvedeny návody na zhotovení léčebných pečetí, jejichž nedílnou a podstatnou součástí jsou právě magické čtverce. Na ukázku na obrázcích 15 a 16 uvádíme dvě z těchto pečetí.

Pečeť Saturnova.

Pečeť tato musí býti zhotovena z čistého a jemného olova z Villachu, a to tak, aby na jedné straně pečeti vryt byl do jejího obvodu čtverec. Čtverec rozdělí se dvěma svislými a dvěma vodorovnými čarami na devět stejných čtverečků, z nichž do každého vepíše se číslo tak, aby čísla po sečtení všemi směry dávala součet 15. Na druhou stranu pečeti vryje se obraz planety, totiž starého muže s kosou v postoji, jakoby sekal trávu na zemi. Nad jeho hlavou hvězda a nahoře jméno — Saturnus.

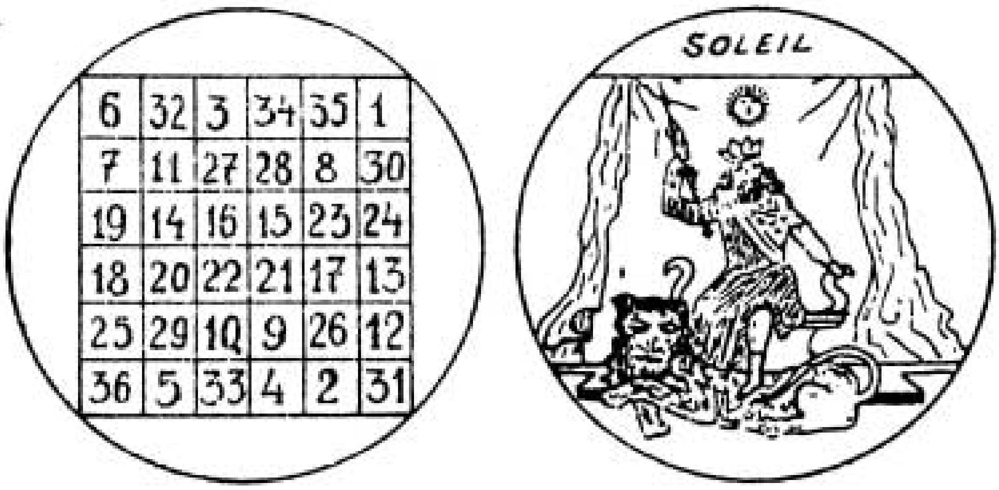


Obr. 16: *Pečeť Saturnova*

druhu.

Pečeť Slunce.

Hotoví se z nejlepšího a nejhledanějšího zlata arabského nebo maďarského. Na jedné straně opět čtverec, tentokráte 5 podélními i příčinými čarami na 36 čtverečků rozdělený. Součet čísel v nich vepsaných činí 111. Věztež, že čísla, skrytá ve všech pečetěch, jsou čísly ostatních hvězd, oné planetě poddaných a od Boha přidělených, jak je vykládáme ve své knížce »O h v ě z d á c h«. Planeta nazvývá se předchůdce, neboli hvězda první. Proto se hodí, aby měla podřízené hvězdy, které by řídila.



6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

Obr. 17: *Pečeť Slunce*

Vraťme se však nyní k evropské matematice.

Jak známo, po zániku antiky nastalo v Evropě dlouhé období útlumu. Středověká Evropa kulturou a vzdělaností, alespoň v prvním období, neoplývala. Poměry se začaly pomalu měnit zhruba od 11.—12. století. Za to, že vědecký odkaz antiky, včetně matematiky, nebyl zcela zapomenut, vděčíme arabské kultuře a vědě. Arabové, kromě vlastních vědeckých poznatků, pořídili množství překladů řecké vědecké literatury a řada spisů, včetně např. Eukleidových *Základů*, se nám dochovala jen díky těmto překladům.

Rozvíjející se evropská věda těchto arabských poznatků výrazně využívala a čerpala z nich. Zdá se tedy více než pravděpodobné, že i znalost magických čtverců v Evropě pochází z arabských pramenů.

Různé drobné zmínky o magických čtvercích lze sice nalézt i dříve; první evropským matematikem, který se jim však věnoval systematičtěji, byl LUCA PACIOLI (asi 1445 – 1514). Ten někdy kolem roku 1500 uveřejnil práci, v níž se hovořilo o magických čtvercích třetího až devátého řádu jako o objektech „rekreační“ matematiky. Čtverce samotné však v práci nebyly uvedeny.

Z významnějších evropských matematiků se jimi zabývali především ADAM RIES (1492 – 1559) a MICHAEL STIFEL (asi 1487 – 1567). Oba popsali některé originální konstrukce magických čtverců. Překvapivé však je, že magickými čtverci se zabýval i nejvýznamnější matematik 18. století a podle mínění mnoha (včetně autora tohoto textu) nejgeniálnější matematik všech dob, LEONHARD EULER (1707—1783).

Euler objevil překvapivou souvislost *magických* a *latinských* čtverců. (Latinské čtverce jsou čtvercové matice, která v každém řádku a sloupci obsahují permutaci dané konečné množiny.) Odvodil, že když se sestrojí magický čtverec **lichého** řádu „vhodným způsobem“, lze z něho odvodit dvojici tzv. *ortogonálních* latinských čtverců (podrobněji o této problematice viz v [7]).

Zmíněný „vhodný způsob“ je následující: vepíšeme číslo 1 doprostřed prvního řádku. Máme-li již vepsáno číslo n, napíšeme číslo $n + 1$ o jeden řádek výše a jeden sloupec doprava, přičemž „nad“ prvním řádkem je poslední řádek a „vpravo“ od posledního sloupce je první sloupec. Pokud je přitom místo, na něž máme vepsat $n + 1$ již obsazeno, napíšeme $n + 1$ **pod** číslo n .

Když takto například zkonstruujeme čtverec 5. řádu, obdržíme čtverec na obr. 18.

17	**24**	**1**	**8**	**15**
23	**5**	**7**	**14**	**16**
4	**6**	**13**	**20**	**22**
10	**12**	**19**	**21**	**3**
11	**18**	**25**	**2**	**9**

Obr. 18: *Magický čtverec 5. řádu*

Euler bývá často označován za objevitele popsané konstrukce magických čtverců, což se však nezakládá na pravdě. Tuto metodu popsal již francouzský diplomat SIMON DE LA LOUBÉRE, který působil jako velvyslanec v Siamu. Ani ten však není jejím objevitelem, neboť ji poznal, jak jsme se již zmínili, při svých cestách po Indii. Je tedy vcelku pikantní, že v literatuře se tato metoda nazývá *Eulerova*, resp. *Loubérova* nebo nejčastěji *siamská*.

Jako jistou kuriozitu uveďme, že Euler, který se zřejmě často zabýval i úlohami rekreační matematiky, nalezl důmyslné řešení problému, *zda může šachový kůň postupně projít všechna pole na šachovnici tak, aby na každé pole vstoupil právě jednou*. Zapíšeme-li Eulerovo řešení tak, že kůň skáče z pole označeného *n* na pole *n* +1 obdržíme čtverec

1	**48**	**31**	**50**	**33**	**16**	**63**	**18**
30	**51**	**46**	**3**	**62**	**19**	**14**	**35**
47	**2**	**49**	**32**	**15**	**34**	**17**	**64**
52	**29**	**4**	**45**	**20**	**61**	**36**	**13**
5	**44**	**25**	**56**	**9**	**40**	**21**	**60**
28	**53**	**8**	**41**	**24**	**57**	**12**	**37**
43	**6**	**55**	**26**	**39**	**10**	**59**	**22**
54	**27**	**42**	**7**	**58**	**23**	**38**	**11**

Obr. 19: *Cesta šachového koně*

Eulerovo řešení je mimořádně důmyslné. Nejen že popisuje cestu šachového koně, ale uvedený čtverec je *polomagický* (součet řádků i sloupců je 260, neplatí to však pro součet úhlopříček). V mimořádném světle se nám však tento Eulerův výsledek zjeví, když si uvědomíme, že ho odvodil zpaměti, v době, kdy již byl dávno slepý.

Poznamenejme, že k dokonalosti dovedl Eulerův výsledek v r. 1862 šachista Jaenisch. Ten nalezl řešení uvedené na obr. 20.

Toto řešení, kromě toho, že rovněž tvoří polomagický čtverec, má další vlastnost: kůň může z pole 64 skočit znovu na pole 1, tj. po ukončení cesty se vrátit na pole výchozí. V terminologii teorie grafů to značí, že graf, jehož uzly jsou pole šachovnice a dvě pole jsou spojena hranou právě tehdy, když z jednoho na druhé může skočit kůň, je *hamiltonovský*. Jaenischovo řešení pak popisuje *hamiltonovskou kružnici* v uvedeném grafu.

50	**11**	**24**	**63**	**14**	**37**	**26**	**35**
23	**62**	**51**	**12**	**25**	**34**	**15**	**38**
10	**49**	**64**	**21**	**40**	**13**	**36**	**27**
61	**22**	**9**	**52**	**33**	**28**	**39**	**16**
48	**7**	**60**	**1**	**20**	**41**	**54**	**29**
59	**4**	**45**	**8**	**53**	**32**	**17**	**42**
6	**47**	**2**	**57**	**44**	**19**	**30**	**55**
3	**58**	**5**	**46**	**31**	**56**	**43**	**18**

Obr. 20: *Jaenischovo řešení úlohy o šachovém koni*

V průběhu let se objevovaly v literatuře magické čtverce nejrůznějších vlastností. Jako jeden z takových zajímavých výsledků uveďme magický čtverec 8. řádu, který sestrojil známý americký vědec a politik BENJAMIN FRANKLIN (1706 – 1790) -- viz obr. 21. Tento čtverec je tzv. *supermagický*: když ho rozdělíme na 4 bloky o 4 řádcích a 4 sloupcích, je každý z těchto bloků *pseudomagický*, tj. součet každého řádku a každého sloupce v těchto blocích je 130, avšak jednotlivé bloky nejsou složeny z čísel 1, 2, …, 16.

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	6	4	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

Obr. 21: *Franklinův supermagický čtverec*

9. Magické čtverce v umění

Je nepochybné, že magické čtverce v sobě ukrývají i nezanedbatelnou estetickou hodnotu. Není proto překvapivé, že je lze možno vystopovat i v umění, zejména pak výtvarném.

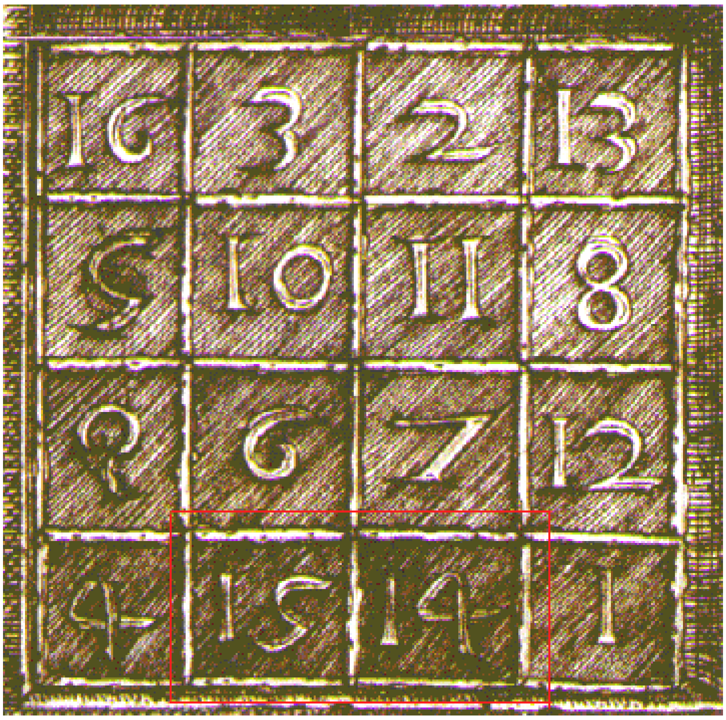
Prakticky žádná práce na toto téma neopomíjí jedno z nejznámějších děl čelného německého malíře. ALBRECHTA DÜRERA (1471—1528), rytinu *Melencolia I* (viz obr. 22).

Obr. 22: Albrecht Dürer: *Melencolia I*

Název neznamená melancholii, ale spíše *zamyšlení*. Na obrázku je řada matematických objektů či symbolů; o jejich smyslu toho bylo mnoho napsáno. Nás však zajímá magický čtverec umístěný vpravo nahoře.

Jak se Dürer k magickým čtvercům dostal a ke čtverci na obraze zejména? I o tom existuje řada teorií, mnohdy velmi podivných a fantaskních. Skutečné vysvětlení je však pravděpodobně velmi prosté.

Dürer hodně cestoval a dlouhou dobu strávil v Itálii. Je dobře známo, že se o matematiku, zejména o geometrii intenzívně zajímal, především v souvislosti se studiem perspektivy. Je více než pravděpodobné, že se v Itálii seznámil s Paccioliho prací, o níž jsme se již zmiňovali. Čtverec z obrazu je totiž v Paccioliho práci uveden. Že magické čtverce Dürera zaujaly, není překvapivé; že ho nutně zaujal, resp. že právě uvedený čtverec později použil, je přitom téměř samozřejmé. Když si čtverec prohlédneme pozorněji (viz obr. 23)



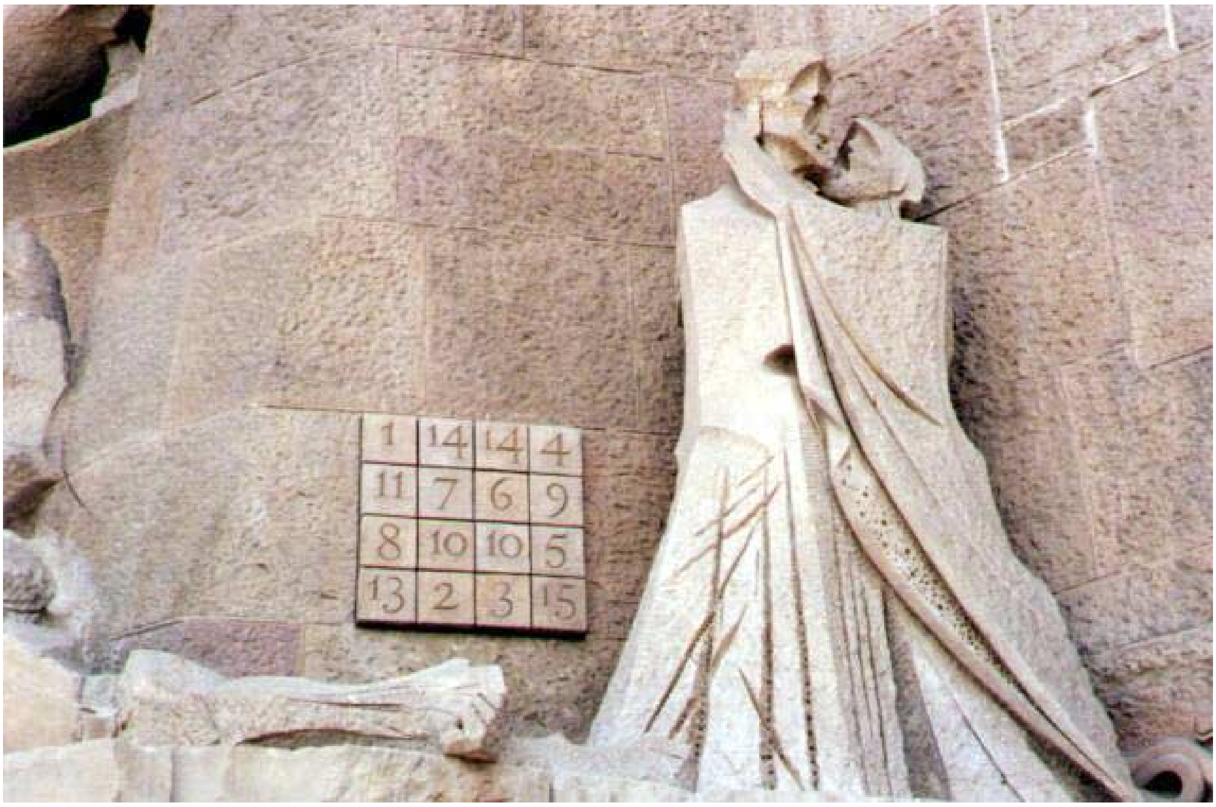
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Obr. 23: *Dürerův magický čtverec*

zaujmou nás čísla ve spodním řádku uprostřed. V r. 1514 totiž zemřela Dürerova matka a pravděpodobně v témže roce rytina i vznikla. Symbolika tohoto magického čtverce se tedy přímo nabízela.

Uveďme na závěr ještě alespoň jeden ze soudobých příkladů.

Je pravděpodobné, že některý z čtenářů stál před objektem, jehož část je na obr. 24.



Obr. 24: *Gaudího katedrála v Barceloně.*

Na obrázku je výjev ze stěny proslulé Gaudího barcelonské katedrály. A na stěně vidíme mírně pozměněný magický čtverec čtvrtého řádu, odvozený z Dürerova čtverce. Proč je tato změna provedena? To je přece zřejmé: aby součty dávaly tzv. Kristova léta, tj. 33.

* * *

Uzavřeli jsme putování historií magických čtverců. Do jaké míry odpovídá skutečnosti? Možná má pravdu *Lao-c´*, když říká: *Kdo ví, nemluví; kdo mluví, neví.* V komentářích ke knize *I-ťing* však lze nalézt i optimističtější slova: *Jednou jin a jednou jang, tomu se říká Cesta. V pokračování je dokonalost, v naplnění je přirozenost. Lidský člověk je vidí a nazve lidskostí, vědoucí člověk vidí a nazve je moudrostí.*

LITERATURA

[1] J. Bečvář: *Hrdinský věk řecké matematiky*, in: J. Bečvář – E. Fuchs (eds.): Historie matematiky I, Brno 1994, str. 21-101.
[2] C. Berge: *Principles of Combinatorics*, Academic Press, New York – San Francisco -- London, 1971.
[3] E. Fuchs: *Co ještě nevíme o přirozených číslech: Některé vlastnosti prvočísel*, Učitel matematiky **7** (1998), 1-8.
[4] E. Fuchs: *O hledání velkých prvočísel*, Učitel matematiky 7 (1999), 129-136.
[5] E. Fuchs: *Od dokonalých čísel k Fermatovým prvočíslům*, Učitel matematiky 7 (1999), 193-200.
[6] E. Fuchs: *Některé slavné hypotézy*, Učitel matematiky **7** (1999), 193-200.
[7] E. Fuchs: *Diskrétní matematika pro učitele*, Brno 2001.
[8] M. Gardner: *The Sixth Book of Mathematical Games from Scientific American*, Chicago, University of Chicago Press, 1984.
[9] R. K. Guy: *Unsolved Problems in Number Theory*, 2nd ed., New York, Springer-Verlag, 1994.
[10] V. Karpenko: *Tajemství magických čtverců*, Půdorys Praha, 1997.
[11] O. Král: *I-Ťing – Kniha proměn*, Maxima Praha, 1995.
[12] R. Wilhelm: *I-Ťing. Kniha proměn – text a rozšiřující materiály*, Portál Praha, 2003.